

Signifikante Stellen

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

Teilweise bearbeitet für das Physikpraktikum!

Die signifikanten Stellen einer Zahl sind die angegebenen Ziffern ohne führende Nullen. Die Signifikanz einer Zahl ist die Anzahl der signifikanten Stellen. Sie ist eine Angabe zur Genauigkeit.

Zahlenschreibweise im Zehnersystem

Signifikante Stellen einer Zahl mit Nachkommastellen

Als *Nachkommastellen* werden die in der dezimalen Darstellung einer Zahl verwendeten Ziffern rechts vom Komma bezeichnet. Die *Anzahl der Nachkommastellen* ist zu unterscheiden von der *Anzahl der signifikanten Stellen*. Aber jede verantwortlich an die Zahl angehängte (nicht leichtfertig vom Taschenrechner übernommene) Nachkommastelle ist eine signifikante Stelle.

Zahl	Signifikante Stellen	Nachkommastellen
98,7	3	1
0,009876	4	6
0,07810	4	5

Signifikante Stellen einer ganzen Zahl

Schwieriger ist die Aussage zu den signifikanten Stellen: Besitzt „20“ eine, zwei oder sogar mehr signifikante Stellen? Je nach Zusammenhang ist eine Zahl exakt zu werten, wenn sie z. B. als natürliche Zahl verwendet wird; oder sie ist als gerundete Zahl zu werten, wenn sie als Zahlenwert zu einer physikalischen Größe verwendet wird. Zu einer exakten Zahl stellt sich die Frage nach der Signifikanz nicht, da sie mit beliebig vielen Nachkomma-Nullen verlängert werden kann. Um zu einer mittels Messtechnik ermittelten Größe beim Zahlenwert „20“ eine Mehrdeutigkeit zu vermeiden, kann man die wissenschaftliche Schreibweise mit Zehnerpotenz-Faktor wählen. Dadurch kann eine endende Null auf eine Nachkommastelle verschoben werden. Eine nicht signifikante Null wird weggelassen; durch das Schreiben der Null wird sie als signifikant gekennzeichnet:

- eine signifikante Stelle: $2 \cdot 10^1$
- zwei signifikante Stellen: $2,0 \cdot 10^1$
- drei signifikante Stellen: 20,0
- zwei signifikante Stellen: 20

Zahl	Signifikante Stellen	Nachkommastellen
$9876000,90 \cdot 10^{-2}$	9	2
9876000	7	0
$98760 \cdot 10^2$	5	0
$987,6 \cdot 10^4$	4	1
0,0056	2	4

Definition und Kommaregel

DIN 1333 definiert die signifikanten Stellen als die erste von Null verschiedene Stelle bis zur Rundungsstelle. Diese ist die letzte Stelle, die nach dem Runden noch angegeben werden kann.

Die durch Rundung wegzulassenden Ziffern dürfen nicht durch Nullen aufgefüllt werden. Durch Kommaverschiebung und Zehnerpotenz-Faktor kann die Rundungsstelle auf die Einerstelle oder eine Nachkommastelle verschoben werden. In der Messtechnik kann die Kommastellung nicht nur durch den Zehnerpotenz-Faktor, sondern auch durch die Wahl der Einheit (z. B. bei Länge mm → cm → m → km) angepasst werden.

Beispiel:

Wer bei einer fehlerbehafteten Messung statt 20 km einfach 20000 m schreibt, hat mit endenden Nullen aufgefüllt, die auf Grund der Fehlerbehaftung der Messung nicht signifikant sind. Die korrekte Angabe muss $20 \cdot 10^3$ m lauten. Falls die Länge doch bis auf wenige Meter genau angebar ist, wäre zuvor 20,000 km zu schreiben (alle Stellen bis zur Rundungsstelle).

Ergebnis einer Rechnung

Die Signifikanz des Ergebnisses einer Rechnung ist von der Zahl der signifikanten Stellen, mit denen die Rechnung durchgeführt wird sowie von der Rechenoperation, abhängig:

Nr.	Beispiel	Ergebnis ohne Berücksichtigung der Signifikanz	Signifikante Stellen des Ergebnisses	Ergebnis nach Berücksichtigung der signifikanten Stellen	Bewertung
1	$20,56\text{m} + 0,007\text{m}$	20,567m	4	20,57m	absolute Genauigkeit bei Summen und Differenzen
2	$1000^\circ\text{C} + 0,4^\circ\text{C}$	1000,4°C	4	1000°C	" "
3	$10,34\text{V} - 1,2\text{V}$	9,14V	2	9,1V	" "
4	$10,000\text{Pa} + 1,2375\text{Pa}$	11,2375Pa	5	11,238Pa	" "
5	$720,34\text{A} \cdot 0,00033\text{s}$	0,2377122As	2	0,24As	relative Genauigkeit bei Produkten und Quotienten
6	$530\text{N} / 0,896\text{m}$	591,518N/m	3	592N/m	" "
7	$3\text{m} \cdot 0,015\text{m}$	0,045m ²	1	0,05m ²	" "

Beispiel 1-4 (Summen und Differenzen) :

Die absolute Genauigkeit des Ergebnisses, wird durch die letzte signifikante Stelle der absolut ungenaueren Messgröße vorgegeben.

Beispiel 2-7 (Produkte und Quotienten):

Die Anzahl der signifikanten Stellen des Ergebnisses wird durch die Anzahl der signifikanten Stellen der relativ ungenaueren Messgröße vorgegeben.

Wertigkeit von Zahlen

Welche der Zahlen für die Anzahl der signifikanten Stellen als Maß genommen wird, hängt von ihrer Wertigkeit ab. Im unteren Beispiel etwa kann der Wert „3“ ein als exakt zu bewertender Parameter sein (mit unendlicher Genauigkeit). Die signifikanten Stellen des Ergebnisses ergeben sich dann aus dem Wert 1,234 im Sinne eines Messwertes. Sind die Zahlen jedoch im Sinne eines Messwertes beide nicht exakt, muss das Ergebnis auf die niedrigste vorhandene Signifikanz gebracht werden.

Beispiel	Wertigkeit	Signifikante Stellen	Ergebnis
3 · 1,234	Der erste Wert „3“ wird als exakt (d. h. mit unendlicher Genauigkeit angenommen)	4	3,702
	beide Werte werden als fehlerbehaftet angesehen	1	4

Beispiele:

- Wird etwa ein Durchmesser eines Kreises auf Millimeter genau gemessen, errechnet man den Umfang trotzdem mit einer möglichst genauen Annäherung an Pi, und nicht mit der Zahl 3 oder 3,14. Der Umfang kann trotz der Rechnung mit dem genauen Faktor wieder nur millimetergenau angegeben werden.
- Wird eine Zeichnung etwa im Maßstab 10:1 vergrößert, und die Koordinaten sind millimetergenau gemessen, ist die Vergrößerung zentimetergenau. Signifikante Stellen sind die der Koordinaten, nicht die des Maßstabsfaktors.
- Wird aus zwei gemessenen Seiten eines Dreiecks die dritte Seite errechnet, ist die Signifikanz des schlechteren der beiden Messwerte entscheidend.

Signifikante Stellen in der Messtechnik

Für die Messtechnik ist es **immer die sicherste Methode**, die Fehlergrenzen der Eingangsdaten zu beachten und ihre Auswirkungen auf das Ergebnis einer Rechnung zu bestimmen, siehe Fehlerfortpflanzung. Exakte Zahlen haben die Fehlergrenze null. Die Fehlergrenze des Ergebnisses liefert die Angabe, wie weit niederwertige Stellen signifikant sind.